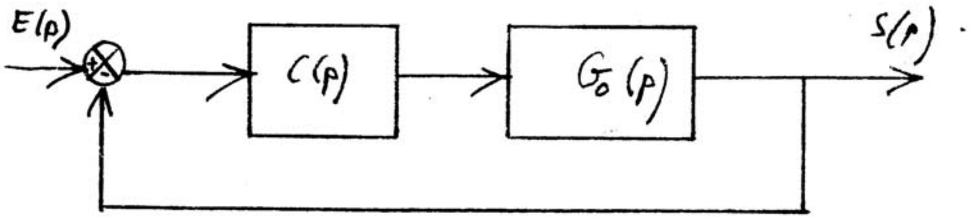
Correction des systèmes analogiques

I. Objectifs

Le dilemme stabilité-précision conduit à introduire un correcteur suivant le modèle :



Ce correcteur devant permettre d'obtenir les performances du cahier des charges

- Ces performances sont souvent données par comparaison avec un 2°orde équivalent
- On envisage donc souvent un modèle 2°ordre pour le processus corrigé :

$$\frac{S(p)}{E(p)} = \frac{1}{1 + 2\xi \frac{p}{\omega_n} + \frac{p^2}{\omega_n^2}}$$

soit :

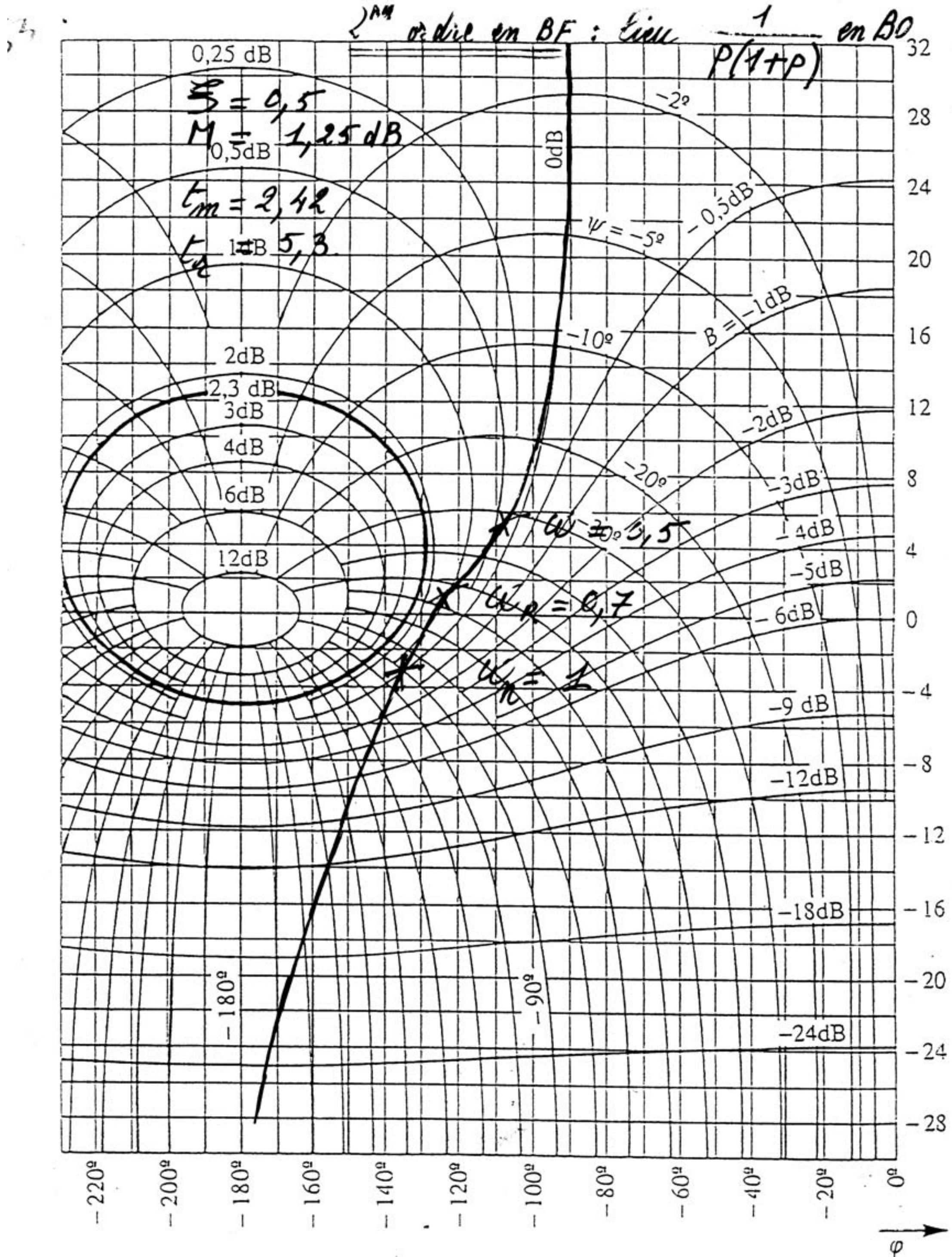
$$C(p).G_0(p) = \frac{K_0}{p(1+Tp)}$$

modèle à approcher en BO

$$avec \quad \omega_n = \sqrt{\frac{K_0}{T}} \quad et \quad \xi = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{K_0 T}}$$

rem : le pôle en 0 assure une erreur permanente nulle pour le régime établi

On a donc un "modèle" du lieu de transfert dans Black du système idéal.



rem: phase à 90° vers w=0, caractéristique du pôle en 0

Si le lieu de transfert n'est pas idéal on cherchera à s'en rapprocher.

- ajouter un pôle en 0 améliore la précision mais décale la phase de -90°
- écarter la courbe du point critique pour être plus stable:
  - décaler la phase de +90°
  - diminuer le gain (donc aussi la précision)

II. Types d'actions des correcteurs classiques théoriques

1°) Action proportionnelle:

$s(t) = K_p e(t)$

$C(p) = K_p$

- translation verticale du lieu de transfert BO dans Black

rem Cette action doit toujours être présente pour régler le processus

2°) Action intégrale

$$s(t) = \int_0^t K_I e(t)dt$$

$$C(p) = \frac{K_I}{p} = \frac{1}{\tau p}$$

- permet d'éliminer l'erreur permanente pour une réponse indiciaire
- action en BF
- diminue la rapidité
- augmente la stabilité

3°) Action dérivée

$$s(t) = K_D \frac{de(t)}{dt}$$

$$C(p) = K_D p = \tau p$$

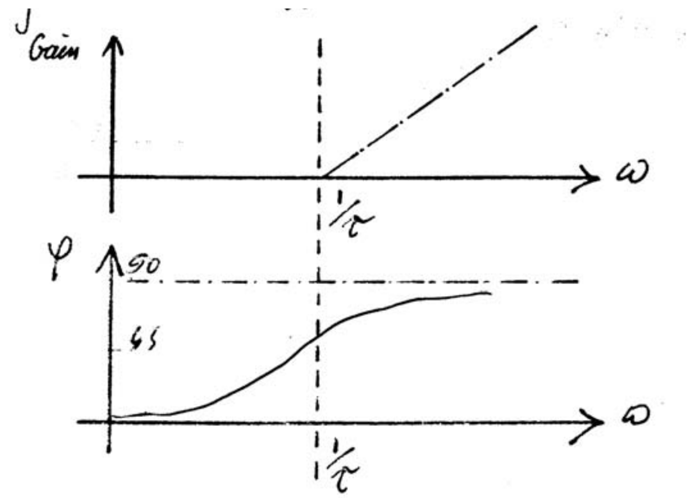
- permet d'améliorer la rapidité du système
- action en HF
- stabilise le système

4°) Action PD

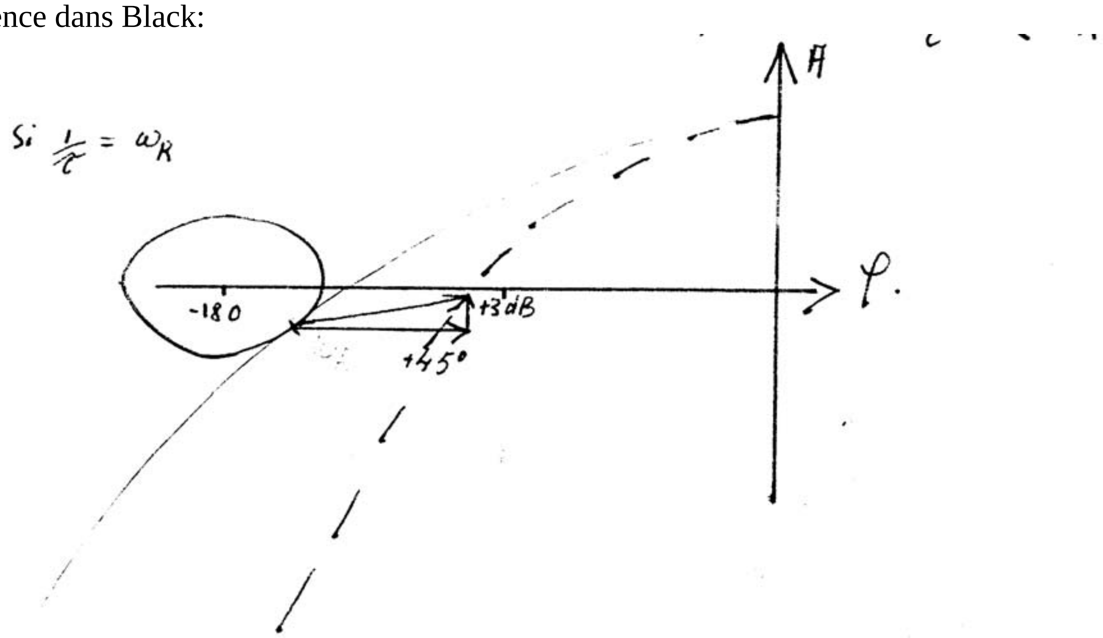
$$C(p) = K_p + K_D p = K_p\left(1 + \frac{K_D}{K_p} p\right) = K_p(1 + T_d p)$$

$$avec \quad T_d = \frac{K_D}{K_p}$$

Diagramme de Bode (si K_p=1)



influence dans Black:



- pas d'action en BF
- son action HF doit débuter avant le point critique $\frac{1}{\tau} \leq \omega_R$
- on améliore la stabilité du sst par action HF

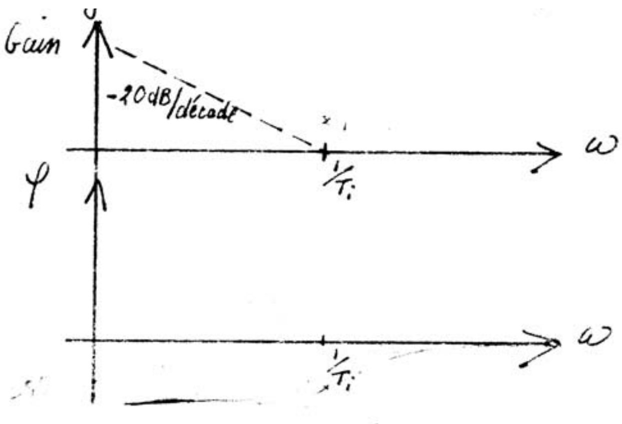
rem c'est une action idéale car la transmittance n'est pas réalisable

5°) Action PI

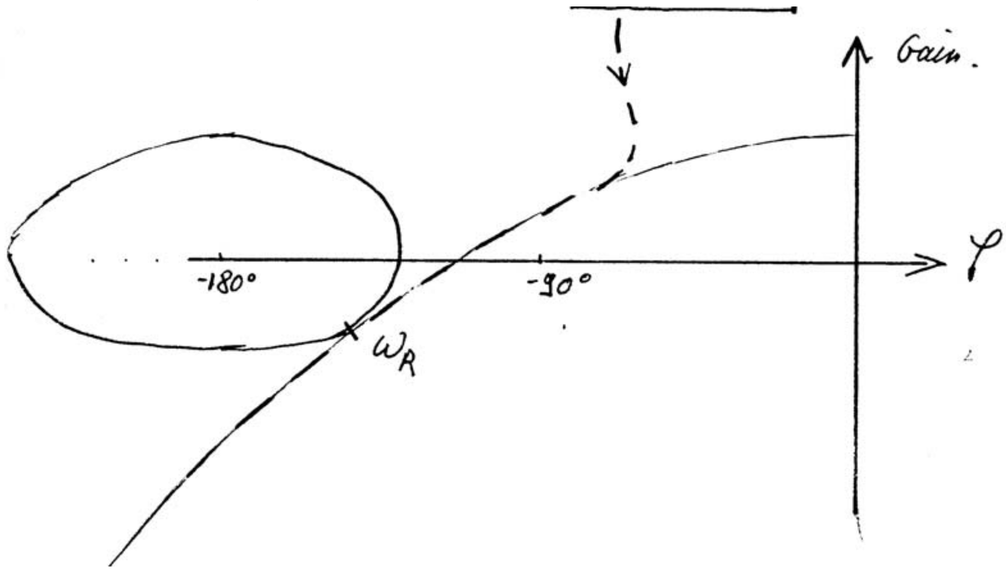
$$C(p) = K_p + \frac{K_I}{p} = K_p\left(1 + \frac{1}{\frac{K_p}{K_I}p}\right) = K_p\left(\frac{1+T_I p}{T_I p}\right)$$

$$avec \quad T_I = \frac{K_p}{K_I}$$

Diagramme de Bode avec K_p=1



influence dans Black:



- pas d'action en HF, il faut agir avant le point critique. $\frac{1}{T_i} < \omega_R$
- amélioration de la précision mais pas de la stabilité.

<u>6°) Action PID</u>

$$C(p) = K_p + K_d p + \frac{K_I}{p} = K_p\left(1 + T_d p + \frac{1}{T_I p}\right)$$

$$avec \quad T_d = \frac{K_d}{K_p} \quad et \quad T_I = \frac{K_p}{K_I}$$

$$C(p) = K_p\left(\frac{1 + T_I p + T_d T_I p^2}{T_I p}\right)$$

Le numérateur admet 2 racines réelles si $T_d < \frac{T_i}{4}$

rem l'influence de K_p se limite à une translation verticale du lieu de transfert donc on se limite à l'étude avec K_p=1

Dans ce cas:

$$C(j\omega) = 1 - j\left(\frac{1}{\omega T_I} - \omega T_d\right)$$

et

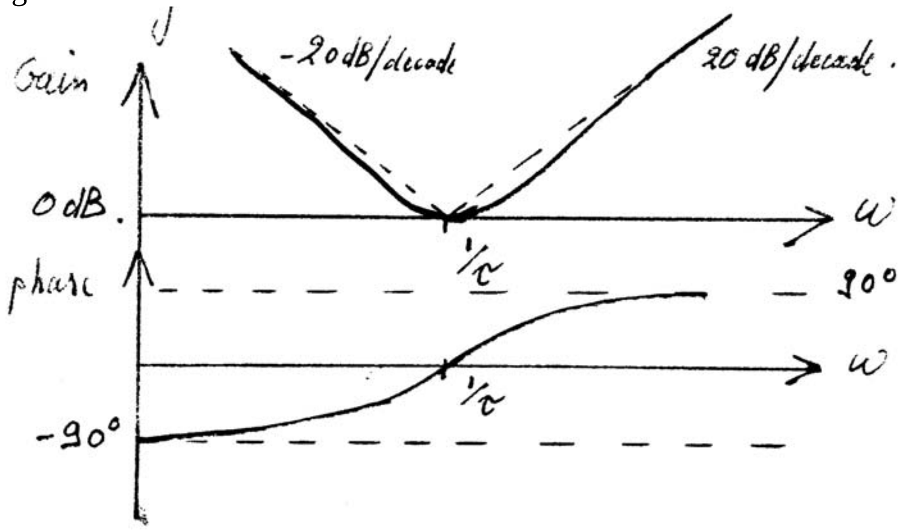
$$C(j\omega) = 1 \quad si \quad \omega^2 = \frac{1}{T_d T_I}$$

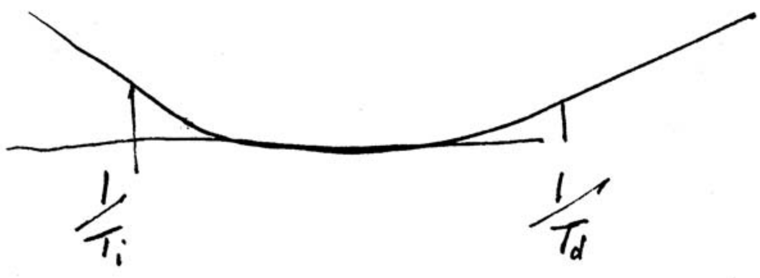
$$soit \quad \omega = \frac{1}{\sqrt{T_d T_I}} = \frac{1}{\tau}$$

Représentation pour $T_I = T_d$

$$C(p) = \frac{1 + \tau p + \tau^2 p^2}{\tau p}$$

Diagramme de Bode:





7°) Remarques:

Dans la réalité il n'existe pas de correcteurs fonctionnant exactement selon ces modèles $\forall \omega$ on préférera parler d'effets intégral ou dérivé.

Tout filtre ayant ces propriétés dans une certaine plage de fréquences est un correcteur potentiel.

Effet intégral <=> retard de phase

Effet dérivé <=> avance de phase

Effet PID <=> avance-retard de phase

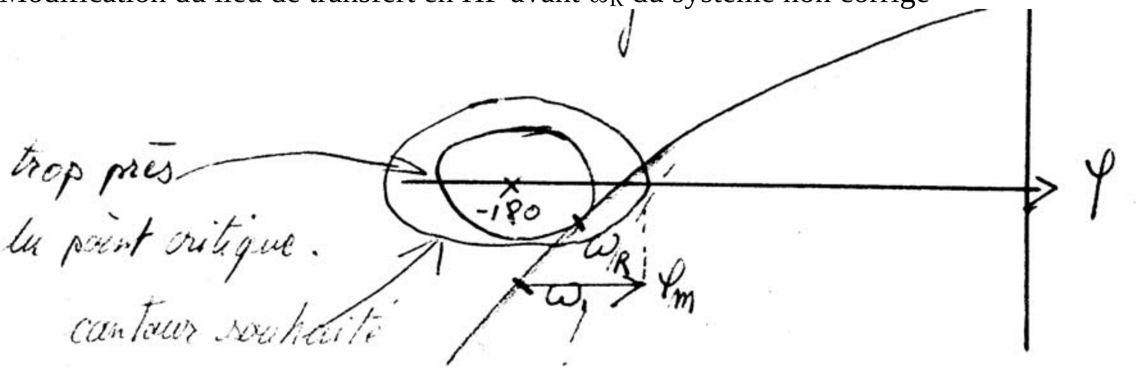
III. Réglage des correcteurs

Synthèse dans le plan de Black:

Le réglage dans le domaine fréquentiel coïncide avec un cahier des charges temporel (cf coefficients système 2° ordre)

a) réglage d'un effet dérivé

Modification du lieu de transfert en HF avant ω_R du système non corrigé

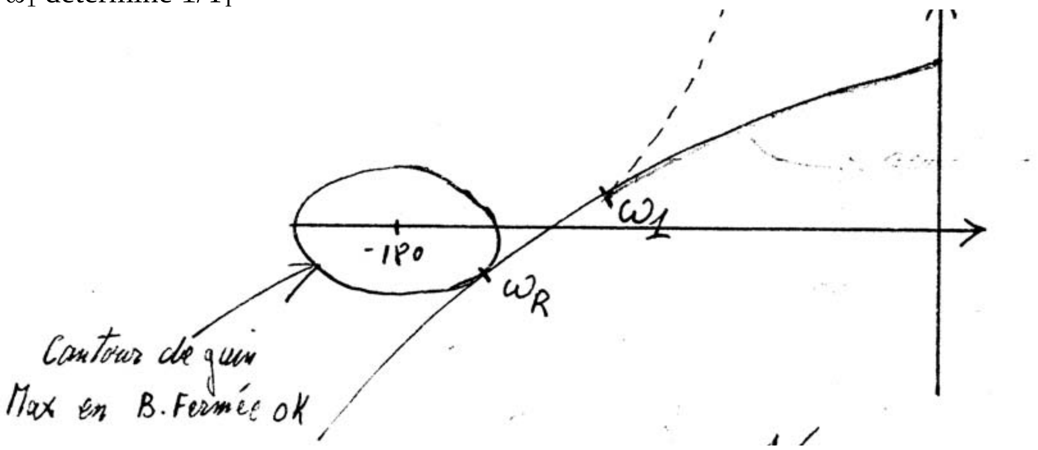


- On détermine l'avance de phase nécessaire pour translater un point ω_1 un peu supérieur à $\omega_R \Rightarrow$ on obtient ainsi $1/T_d$
- On détermine ensuite le gain K à placer dans la chaîne pour obtenir un point de tangence du lieu de transfert corrigé avec le contour souhaité.

b) Réglage d'un effet intégral

Modification du lieu de transfert avant ω_R

➔ω_1 détermine $1/T_I$

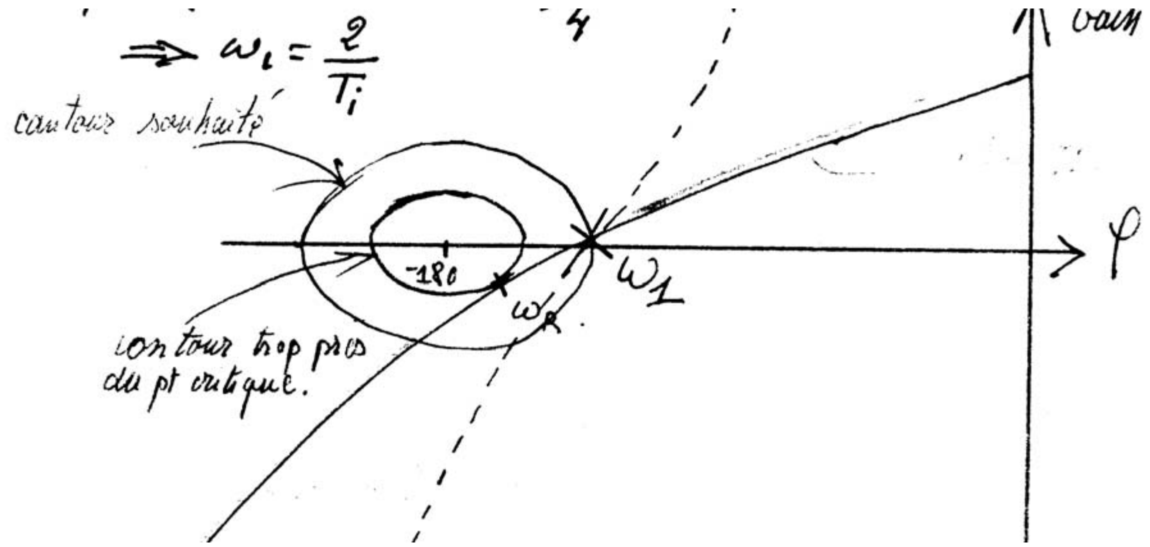


c) Réglage conjugué d'un effet intégral et d'un effet dérivé:

Le correcteur PID choisi avec K=1 possède un point neutre qui va servir de pivot au basculement de la courbe

On choisit $\omega_1<\omega_R$ et ω_1 proche du contour à tangenter en BF on doit avoir $\omega_1 = \dfrac{1}{\sqrt{T_I T_d}}$

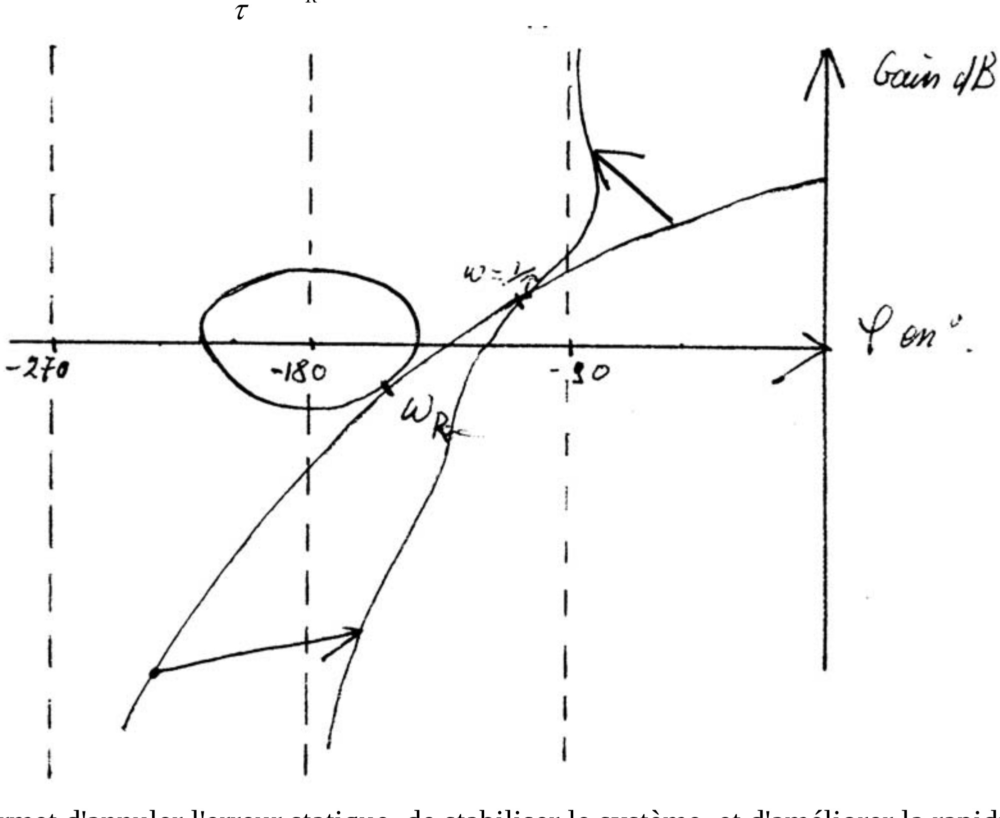
On prend souvent $T_d = \dfrac{T_i}{4} \quad \Rightarrow \quad \omega_1 = \dfrac{2}{T_I}$



Le choix de la position de ω_1 détermine l'amortissement souhaité.
On peut ensuite affiner le placement de la courbe par réglage du gain de la chaine directe.

d) Conclusion:
Quelle que soit l'action choisie, la démarche de réglage consiste à fixer d'abord les constantes de temps des correcteurs pour les positionner aux alentours de la pulsation ω_1 puis on règle le gain K
Influence dans Black:
Il faut –90° avant ω_R
+90° après ω_R

➔ $\frac{1}{\tau} < \omega_R$



Ceci permet d'annuler l'erreur statique, de stabiliser le système, et d'améliorer la rapidité par action en HF

Remarque : Les transmittances de ces systèmes ne sont pas toujours réalisables. Ce sont des actions *idéales* .

Bilan comparatif des différentes actions sur un système imparfait.